

関数の世界を広げよう 「関数 $y = ax^2$ 」(東京書籍)

令和4年11月8日(火) 6校時
第3学年2組
(男子14人 女子13人 計27人)

本単元で育成する資質・能力

知識・技能／論理的思考力・判断力・表現力／主体性・積極性

1 単元について

I : 【考え・基礎知識】

・二つの数量の変化や対応を調べる中で、関数 $y = ax^2$ について知り、理解する。

C : 【つながり】

・関数 $y = ax^2$ を、式・表・グラフから総合的に読み取り、関連付けて考え、変化の仕方や特徴を説明する。

E : 【応用・ひろがり】

・日常生活の中にある関数 $y = ax^2$ と見なせる事象について説明する。

生徒の実態

- 令和4年度全国学力・学習状況調査の結果、事象を数学的に解釈し、問題解決の方法を数学的に説明すること【C関数領域8(2)】(正答率24.5%)に課題がある。 —①
- あることがらを説明するために必要な情報や条件を、関数の式・表・グラフの中から読み取ることに課題がある。 —②

単元の目標

- 関数 $y = ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けることができる。【知識及び技能】
- 関数関係に着目し、その特徴を表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。【思考力・判断力・表現力等】
- 関数 $y = ax^2$ について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を身に付けることができる。【学びに向かう力・人間性等】

単元について

- 本単元は、中学校学習指導要領第3学年の「C(1)関数 $y = ax^2$ のイ(イ)「関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現すること」を受けて設定する。
- 本単元は、身の周りの事象の中でも生徒が想起しやすい速度と制動距離の関係を題材としており、表からも情報を読み取りやすい。
→必要な情報や条件を読み取り、書き出して整理する学習につなげることができる。

パフォーマンス課題とその特徴

証言が正しいか推理せよ！！

関数 $y = ax^2$ に関わる日常的な事象として制動距離を取り上げ、制動距離が自動車の速さとどのような関係にあるのかを考察していく。生徒の多くは「制動距離は速さに比例するだろう」という認識がある。そのため、式・表・グラフと多様な解き方を生徒相互の学び合い活動を通して確認し、生徒が2乗に比例する関係であることを、理解するように授業を展開する。

指導のポイント

①② 証言が正しいかを説明するために必要な条件を、問題文や関数の中から読み取るために、ゴールから逆算して必要な条件を考えるように指導する。また、読み取れた情報を可視化して整理しやすくするために、書き出したり、グラフや図に直接書き込んだりするよう指導する。

2 単元の評価規準

学習指導要領	知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
	- 関数 $y = ax^2$ について理解している。 - 事象の中には関数 $y = ax^2$ として捉えられるものがあることを知っている。 - いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。 - 関数 $y = ax^2$ を表・式・グラフを用いて表現したり、処理したりしている。 - 関数 $y = ax^2$ の変化の割合について理解している。	- 関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量について、変化や対応の特徴を見だし、表、式、グラフを相互に関連付けて考察し表現している。 - 関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現している。	- 関数 $y = ax^2$ について必要性や意味を考えようとしている。 - 関数 $y = ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 - 関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。
校区で設定した 資質・能力	知識・技能	論理的思考力・ 判断力・表現力	主体性・積極性

3 単元の計画（全17時間）

次	時	学習内容	評 価			
			知	思	態	評価規準（評価方法）
第一次	1	（本質的な問い） 数学は、身の回りのどのようなことに役立っているだろう？ 課題の設定 ・ジェットコースターでは進んだ距離が時間に伴ってどのように変化するかを調べ、新しい関数の存在を知る。	○			関数 $y = ax^2$ について理解している。 （ノート・観察）
	2	（単元を貫く問い） 関数を扱う“良さ”とは、何だろう？ 情報の収集 ・球が斜面を転がる実験から時間と距離の関係を調べ、関数 $y = ax^2$ の意味を知る。			○	関数 $y = ax^2$ の必要性と意味を考えようとしている。 （ノート・発表・観察）
第二次	3	・1組の x 、 y の値の組から、 $y = ax^2$ の式を求める。	○			関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。（ノート・観察）
	4	整理・分析 ・関数 $y = x^2$ のグラフがどのような形になるかを調べる。特徴をまとめる。	○			関数 $y = x^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。（ノート・観察）
	5	・関数 $y = x^2$ のグラフを基にして、 $y = 2x^2$ と $y = -2x^2$ のグラフをかき、その特徴を調べる。	○			関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。（ノート・観察）

第 三 次	6	・関数 $y = ax^2$ のグラフについて、その特徴を調べグラフの特徴をまとめる。		○	関数 $y = ax^2$ について、表、式、グラフを相互に関連付けて、グラフの特徴を考察し表現することができる。 (ワークシート・観察)
	7	・1次関数と関数 $y = ax^2$ の変化の割合を比べ、その特徴を調べる。		○	関数 $y = ax^2$ の変化の割合の特徴を見いだすことができる。 (ワークシート・観察)
	8	・関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求める。	○		関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。 (ノート・観察)
	9	・関数 $y = ax^2$ で、 x の変域に対応する y の変域を求める。	○		関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 (ノート・観察)
	10	まとめ・創造・表現 ・球が斜面を転がる実験で変化の割合がどんなことを表しているかを考える。平均の速さの意味を理解する。		○	関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し説明することができる。 (ワークシート・観察)
	11	課題の設定 ・身の回りの問題を、関数 $y = ax^2$ やそのグラフを利用して解決する。	○		関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 (ノート・発表・観察)
	12	・放物線と直線二つの交点の座標や二つの交点を通る直線の式を求める。	○		関数 $y = ax^2$ を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。 (ノート・観察)
	13	情報の収集 整理・分析			いろいろな事象の中に、関数関係があることを理解している。 (ノート・観察)
	14	・いろいろな事象の中から関数関係を見つけ、その変化や対応の様子を調べる。	○		
	15	まとめ・創造・表現 ・自動車の走行時の距離と速さを、速さと制動距離の関係を基にして予想する。		○	関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し説明することができる。 (ワークシート・発表・観察)
	16	・二つの図形が移動によって重なる部分の面積の変化の様子を調べ、関数 $y = ax^2$ の式、グラフで表す。		○	関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し説明することができる。 (ワークシート・観察)
	17	・4章の問題演習をする。		○	関数 $y = ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。 (発表・観察)

4 本時の展開（本時 15／17）

（１）本時の目標

- ・具体的な事象の中の二つの数量の間の関係を，関数 $y = a x^2$ とみなして，問題を考察し説明することができる。

（２）本時の展開

	学習活動	◇指導上の留意点 ◆「努力を要する」状況と判断した生徒への手立て ★生徒指導の三機能につながる手立て	評価規準（評価方法） ○教科の指導事項																
課題の設定	1 学習課題を設定する。 (3分)	(写真を示し) 写真のようなブレーキ痕は、どんな時につきますか？ ブレーキ痕の長さには、何が影響していますか？ ◇ 課題を提示する。	急にブレーキを踏んだときです。 速さです。 路面の状況や、天気です。																
	課題 あなたは警察官です。ある晴れた日、まっすぐな道路で自動車事故が起きました。駆けつけると、現場には運転していた車による“ブレーキ痕”が35m残っていました。運転手は、「法定速度の50km/hで走っていましたよ！」と証言しています。 今日のゴールは何ですか？ 何をもとにして推理しますか？ めあてを確認する。 めあて 運転手の証言が正しいか推理し、根拠を示して説明することができる。 証言が正しいか推理できることです。 現場の証拠や、証言です。 ブレーキ痕や速さなどの情報です。																		
情報の収集 整理・分析	2 分析・思考を行う。	ブレーキ痕の長さは、何を表していますか？ ◇ 問題文の情報を図に書き込ませ、分かっていることを整理させる。 運転手の証言が正しいかどうか推理するために必要な情報は、何ですか？ ◇ 発表させ、全体で共有する。 ◇ 制動距離に関する表を示す。 <table><tr><td>速さx (km/h)</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>・・・</td></tr><tr><td>制動距離y (m)</td><td>0.15</td><td>0.59</td><td>1.36</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> この表から、何が分かりますか？ 関数になっています。 ◆ 時速(km/h)に対して、距離の単位が(m)であるが、単位の変換を行わずに考えて良いことを伝える。 ◆ 表を横に見ることで、速さが2倍、3倍・・・になると制動距離が4倍、9倍・・・になっていることから、関数$y = ax^2$の関係と見なせることに気づかせる。	速さx (km/h)	5	10	15	20	25	30	・・・	制動距離y (m)	0.15	0.59	1.36					制動距離です。 50km/hとブレーキ痕35mです。 速度と制動距離の関係を示した表が必要です。 ○ 関数$y = ax^2$を用いて具体的な事象を捉え考察し説明している。 (ワークシート・発言) 【思考・判断・表現】
	速さx (km/h)	5	10	15	20	25	30	・・・											
制動距離y (m)	0.15	0.59	1.36																
・個人で考える。(7分)																			

	・グループで協議し，発表の内容を考える。 (15分) 3 表現を行う。(15分) ・2，3グループが全体発表する。	☆【共感的人間関係】グループで話し合うことを通して，自分の考えを表現させると共に，互いの考えや意見を肯定的に認め合いながら課題に取り組むようにする。 ◇ ロイロノート・GeoGebra 等を利用し，根拠を示して発表させる。	y は x の 2 乗に比例しているね。 表を $x = 60$ まで作ると，本当のブレーキ痕が分かるね。 式をつくって代入すると分かるね。 グラフをかくと視覚的に分かりやすいね。
まとめ・振り返り	4 本時のまとめを行う (10分)	◇ 今日の発表をふまえ，授業でどんなことが分かったかという視点でワークシートに記入させ，ロイロノートで共有する。	
	《予想される生徒のまとめ例》 ・制動距離は速さの 2 乗にほぼ比例していたことから，関数 $y = ax^2$ とみなして推理することができた。		
	5 本時を振り返り，次時への見通しをもつ。	◇ 疑問点やもっと学んでみたいこと，身のまわりのどのような事象にあてはめることができるかという視点で振り返らせる。	
	《予想される生徒の振り返り例》 ・雨の日の制動距離は長くなるはずなので，条件を変えると制動距離と速さの関係はどのように変わるのか調べてみたい。 ・バスケットボールや野球のボールの軌道を予測する場面など，身の周りで関数 $y = ax^2$ の関係とみなして解決できる事象がありそうだ。		

5 板書計画

関数を扱う“良さ”とは、何だろう？																	
めあて	運転手の証言が正しいか推理し、根拠を示して説明することができる。																
課題	あなたは警察官です。ある晴れた日、まっすぐな道路で自動車事故が起きました。駆けつけると、現場には運転していた車による“ブレーキ痕”が35m残っていました。運転手さんは、「法定速度の50km/hで走っていましたよ！」と証言しています。																
制動距離	ブレーキを踏んでから止まるまでの距離																
(1) 必要な情報																	
例	50km/h とブレーキ痕 35m 速度と制動距離の関係を示した表																
<table border="1"><tr><td>速さ x (km/h)</td><td>5</td><td>10</td><td>15</td><td>20</td><td>25</td><td>30</td><td>...</td></tr><tr><td>制動距離 y (m)</td><td>0.15</td><td>0.59</td><td>1.36</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>		速さ x (km/h)	5	10	15	20	25	30	...	制動距離 y (m)	0.15	0.59	1.36				
速さ x (km/h)	5	10	15	20	25	30	...										
制動距離 y (m)	0.15	0.59	1.36														
生徒のまとめ・振り返り																	

TVモニター

○制動距離の図 ○発表意見 ○まとめ・振り返り ※授業に沿って映していく	生徒の解答例
--	--------